Complejos

by gira

09/10/2009

Tenemos dos tipos de espacios vectoriales complejos:

1. $\mathbb{C}^n$ como $\mathbb{R}$-espacio vectorial

$(\mathbb{C}^n, +, \mathbb{R}, .)$

En este caso la forma de los vectores dependerá de la dimensión del espacio, es decir, de n. Veamos un par de ejemplos:

$n = 1$:

Base canónica: $E(\mathbb{C}^1) = \{1, i\}$, $dim(\mathbb{C}^1) = 2$

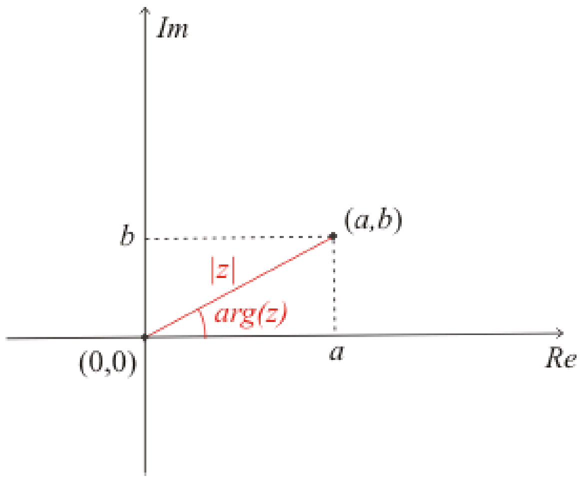
Sea $z \in \mathbb{C}^1$ entonces es de la forma: $z = k_1.1 + k_2.i \quad \forall k_1, k_2 \in \mathbb{R}$

En realidad a este z se lo puede escribir de varias formas:

Forma cartesiana: $z = a + bi$

donde definimos $a = Re(z)$, $b = Im(z)$ reales.

Podemos graficar a z en el plano complejo:



siendo $|z| = \sqrt{a^2+b^2}$, $\arg(z) = \alpha$ tal que $tg(\alpha) = \frac{sen\alpha}{\cos\alpha} = \frac{b}{a}$

Forma polar: $z = |z|\,(\cos\alpha + isen\alpha)$

Forma Exponencial: $z = |z|\,e^{i\alpha}$

Esta última se deduce de la *fórmula de Euler* que dice: $e^{i\alpha} = \cos\alpha + isen\alpha$

(además, se puede observar que $e^z = e^a(\cos b + isenb)$)

$\underline{n=2}$:

Base canónica: $E(\mathbb{C}^2) = \{(1,0),(i,0),(0,1),(0,i)\}$, $dim(\mathbb{C}^2) = 4$

Sea $z \in \mathbb{C}^2$ entonces es de la forma: $z = k_1(1,0)+k_2(i,0)+k_3(0,1)+k_4(0,i) \quad \forall k_1,k_2,k_3,k_4 \in \mathbb{R}$

Luego, para $n=3$ la base canónica será como la de $\mathbb{R}^3$ sumandole los tres vectores con i hací como hicimos para $n=2$, y así sucesivamente para los siguientes n,

2. $\mathbb{C}^n$ como $\mathbb{C}$-espacio vectorial

$(\mathbb{C}^n, +, \mathbb{C}, .)$

Veamos algunos ejemplos:

$\underline{n = 1}$:

Base canónica: $E(\mathbb{C}^1) = \{1\}$, $dim(\mathbb{C}^1) = 1$

Sea $z \in \mathbb{C}^1$ entonces es de la forma: $z = k_1.1 \quad \forall k_1 \in \mathbb{C}$

$\underline{n = 2}$:

Base canónica: $E(\mathbb{C}^2) = \{(1,0),(0,1)\}$, $dim(\mathbb{C}^2) = 2$

Sea $z \in \mathbb{C}^2$ entonces es de la forma: $z = k_1(1,0) + k_2(0,1) \quad \forall k_1, k_2 \in \mathbb{C}$

Luego, para $n = 3$ la base canónica será como la de $\mathbb{R}^3$ haci como en $n = 2$, y así para los siguientes n.